# Бақыланатын Хэбб оқытуы.

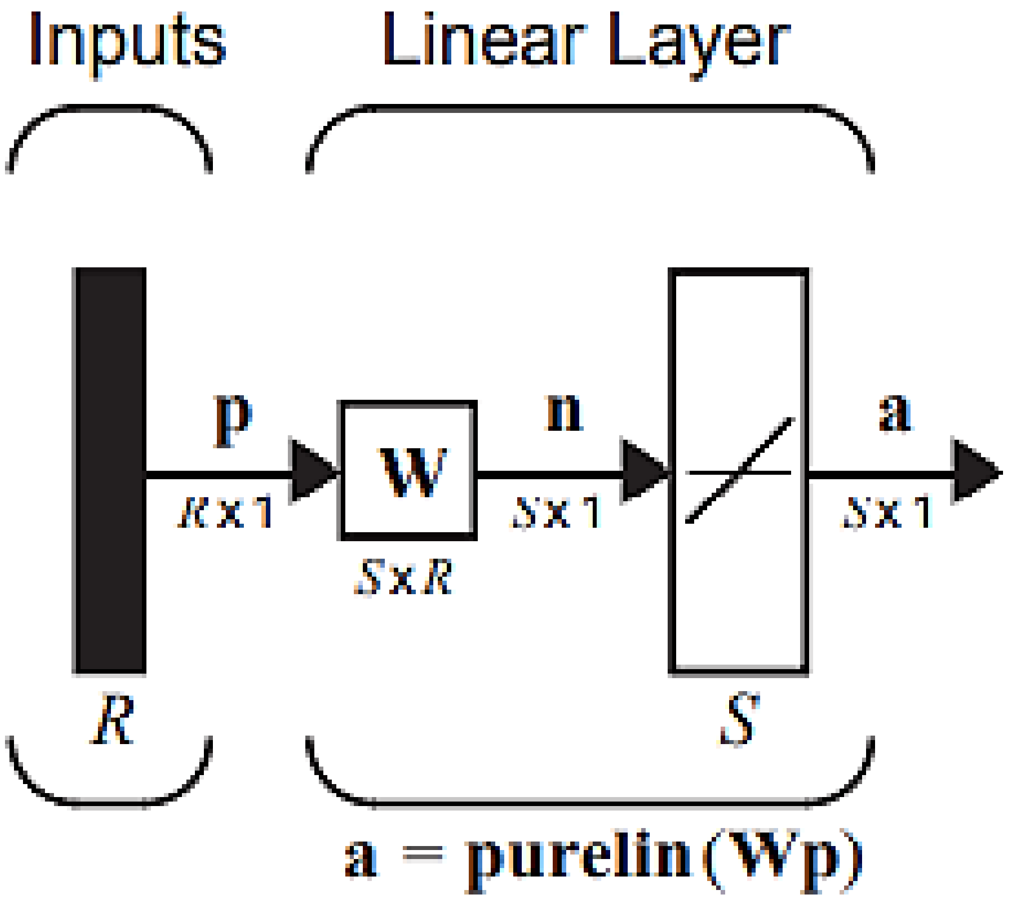
Дәріс 6

# Дәріс мақсаты:

- Хебб ережесі нейрондық желіні үйренудің алғашқы заңдарының бірі болды. Оны 1949 жылы Дональд Хебб мидағы синаптикалық модификацияның ықтимал механизмі ретінде ұсынды және содан бері жасанды нейрондық желілерді үйрету үшін қолданылды. Біз сондай-ақ Hebb ережесін үлгіні тануда нейрондық желілерді үйрету үшін қалай қолдануға болатынын көрсетеміз.

- «Екі ми процесі бірге немесе бірден бірізді түрде белсенді болған кезде, олардың біреуі қайталану кезінде өзінің күшін екіншісіне таратуға бейім».

# Сызықтық Ассоциатор




$$\mathbf{a} = \mathbf{W}\mathbf{p},$$

$$a_i = \sum_{j=1}^{R} w_{ij} p_j .$$

# Ассоциативті жады

$$\{\mathbf{p}_1, \mathbf{t}_1\}, \{\mathbf{p}_2, \mathbf{t}_2\}, \dots, \{\mathbf{p}_Q, \mathbf{t}_Q\}.$$

Егер синапстың екі жағындағы екі нейрон бір уақытта белсендірілсе, синапстың күші артады.

$$w_{ij}^{new} = w_{ij}^{old} + \alpha a_{iq} p_{jq}.$$

$$\mathbf{W}^{new} = \mathbf{W}^{old} + \mathbf{t}_q \mathbf{p}_q^T.$$

$$w_{ij}^{new} = w_{ij}^{old} + t_{iq} p_{jq},$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{t}_1 \mathbf{p}_1^T + \mathbf{t}_2 \mathbf{p}_2^T + \dots + \mathbf{t}_Q \mathbf{p}_Q^T = \sum_{q=1}^{Q} \mathbf{t}_q \mathbf{p}_q^T.$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_1 & \mathbf{t}_2 & \dots & \mathbf{t}_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1^T \\ \mathbf{p}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{p}_Q^T \end{bmatrix} = \mathbf{T}\mathbf{P}^T,$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_1 & \mathbf{t}_2 & \dots & \mathbf{t}_Q \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 & \mathbf{p}_2 & \dots & \mathbf{p}_Q \end{bmatrix}.$$

# Өнімділікті талдау

$$\mathbf{a} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k = \left(\sum_{q=1}^{Q} \mathbf{t}_q \mathbf{p}_q^T\right)\mathbf{p}_k = \sum_{q=1}^{Q} \mathbf{t}_q (\mathbf{p}_q^T \mathbf{p}_k) .$$

$$(\mathbf{p}_q^T \mathbf{p}_k) = 1 \qquad q = k$$

$$= 0 \qquad q \neq k.$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k = \mathbf{t}_k .$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{W}\mathbf{p}_k = \mathbf{t}_k + \overbrace{\boxed{\sum_{q \neq k} \mathbf{t}_q (\mathbf{p}_q^T \mathbf{p}_k)}}^{\textit{Error}}.$$

$$\left\{ \mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \\ 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}, \mathbf{t}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\} \qquad \left\{ \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ -0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}, \mathbf{t}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}.$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{T}\mathbf{P}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 & 0.5 & -0.5 \\ 0.5 & 0.5 & -0.5 & -0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{W}\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \\ 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{W}\mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ -0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} (orange) \qquad \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} (apple) .$$

$$\left\{ \mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 0.5774 \\ -0.5774 \\ -0.5774 \end{bmatrix}, \mathbf{t}_1 = \begin{bmatrix} -1 \end{bmatrix} \right\} \qquad \left\{ \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 0.5774 \\ 0.5774 \\ -0.5774 \end{bmatrix}, \mathbf{t}_2 = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \right\} .$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{T}\mathbf{P}^T = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5774 & -0.5774 & -0.5774 \\ 0.5774 & 0.5774 & -0.5774 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1.1548 & 0 \end{bmatrix} .$$

$$\mathbf{W}\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1.1548 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5774 \\ -0.5774 \\ -0.5774 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.6668 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{W}\mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1.1548 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5774 \\ 0.5774 \\ -0.5774 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6668 \end{bmatrix}.$$

# Псевдокері ереже

$$\mathbf{W}\mathbf{p}_q = \mathbf{t}_q \qquad q = 1, 2, \ldots, Q.$$

$$F(\mathbf{W}) = \sum_{q=1}^{Q} \left\| \mathbf{t}_q - \mathbf{W}\mathbf{p}_q \right\|^2 .$$

$$\mathbf{W}\mathbf{P} = \mathbf{T},$$

$$F(\mathbf{W}) = \left\| \mathbf{T} - \mathbf{W}\mathbf{P} \right\|^2 = \left\| \mathbf{E} \right\|^2,$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_1 & \mathbf{t}_2 & \ldots & \mathbf{t}_Q \end{bmatrix}, \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 & \mathbf{p}_2 & \ldots & \mathbf{p}_Q \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{T} - \mathbf{W}\mathbf{P},$$

$$\|\mathbf{E}\|^2 = \sum_i \sum_j e_{ij}^2 .$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{T}\mathbf{P}^{-1} .$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{T}\mathbf{P}^{+} ,$$

$$\mathbf{P}\mathbf{P}^{+}\mathbf{P} = \mathbf{P},$$

$$\mathbf{P}^{+}\mathbf{P}\mathbf{P}^{+} = \mathbf{P}^{+},$$

$$\mathbf{P}^{+} = (\mathbf{P}^{T}\mathbf{P})^{-1}\mathbf{P}^{T} .$$

$$\mathbf{P}^{+}\mathbf{P} = (\mathbf{P}^{+}\mathbf{P})^{T},$$

$$\mathbf{P}\mathbf{P}^{+} = (\mathbf{P}\mathbf{P}^{+})^{T}.$$

$$\left\{\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{t}_1 = \begin{bmatrix} -1 \end{bmatrix}\right\} \qquad \left\{\mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{t}_2 = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}\right\}.$$

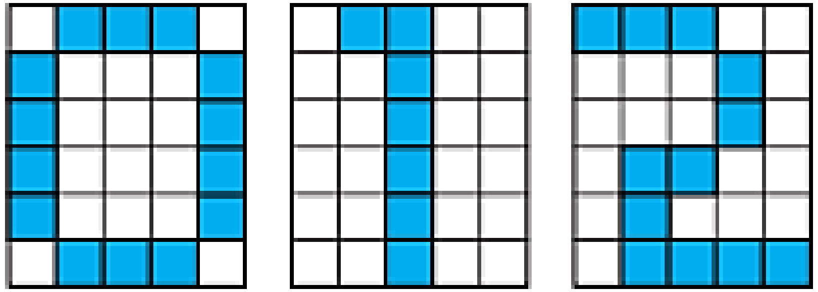
$$\mathbf{W} = \mathbf{T}\mathbf{P}^+ = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \right)^+ ,$$

$$\mathbf{P}^+ = (\mathbf{P}^T\mathbf{P})^{-1}\mathbf{P}^T = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & -0.5 & -0.25 \\ 0.25 & 0.5 & -0.25 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{T}\mathbf{P}^{+} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.25 & -0.5 & -0.25 \\ 0.25 & 0.5 & -0.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} .$$

$$\mathbf{W}\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}\mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$$



$\mathbf{p}_1, \mathbf{t}_1 \quad \mathbf{p}_2, \mathbf{t}_2 \quad \mathbf{p}_3, \mathbf{t}_3$

$$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & \ldots & 1 & -1 \end{bmatrix}^T .$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{p}_1\mathbf{p}_1^T + \mathbf{p}_2\mathbf{p}_2^T + \mathbf{p}_3\mathbf{p}_3^T .$$